

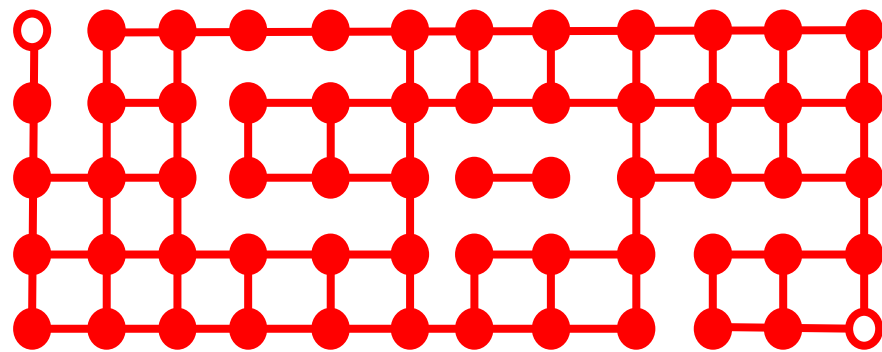
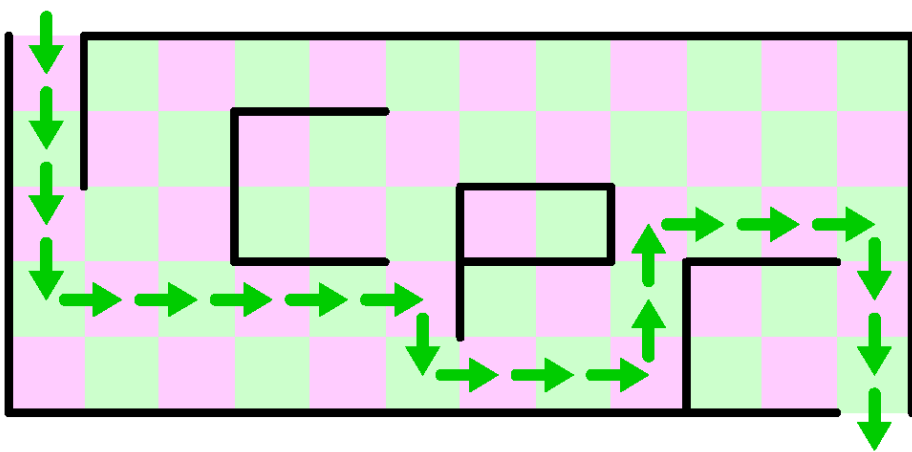
# 最短経路の探索



幅優先探索、最短経路探索

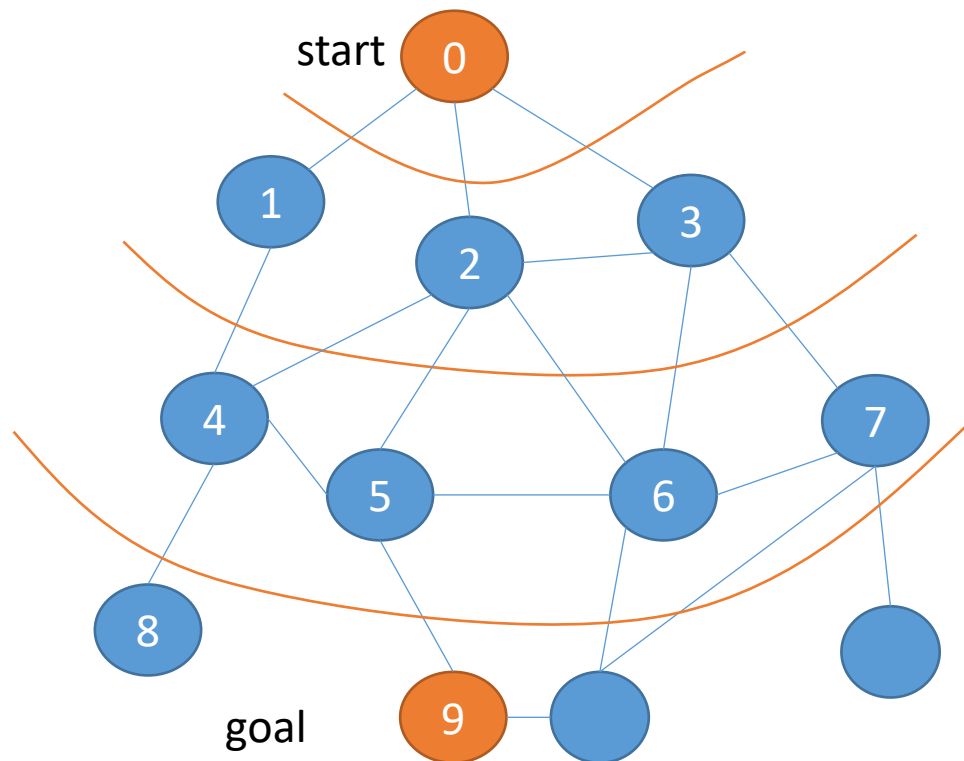
# お題(迷路と命ず)

- 問題: ACM ICPC というプログラミングコンテストの2010年国内予選問題(参考 [1](#), [2](#), [AOJ](#))



# 幅優先探索という考え方

- 開始点から近い順に、隣接点を探索していく方法
  - 一度辿ったところは、再探索しない

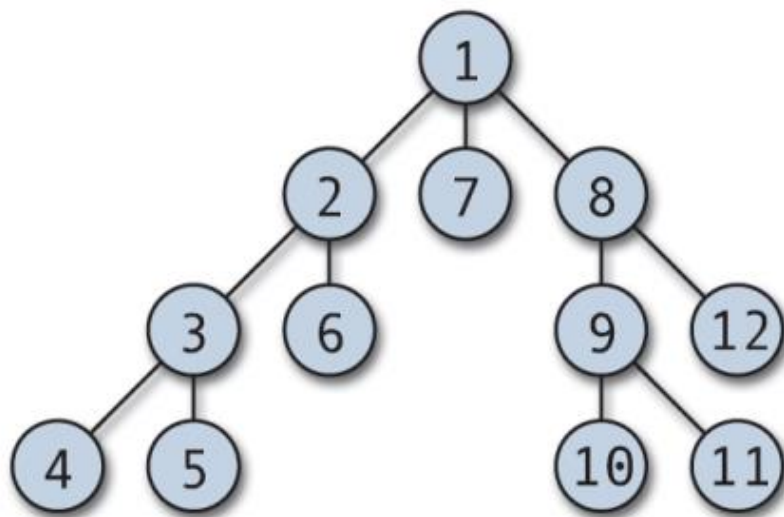


```
def solve() -> int:  
    q = deque([0])  
    while q:  
        here = q.popleft()  
        if(ゴール?) return 答え  
        未訪問の隣接ノードに対し  
            q.append(隣接ノード)  
    return 0
```

# 深さ優先探索と幅優先探索

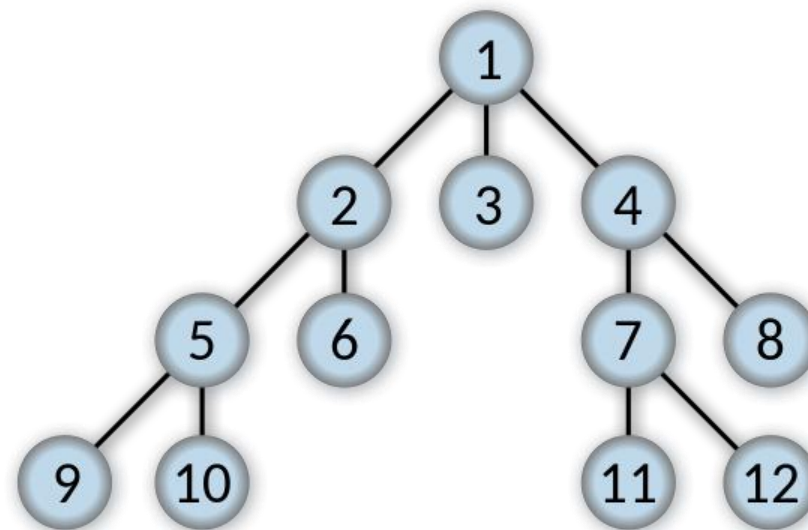
## ■ 深さ優先探索

- 最近探索した点を優先
- Stack or 関数再帰呼出し利用



## ■ 幅優先探索

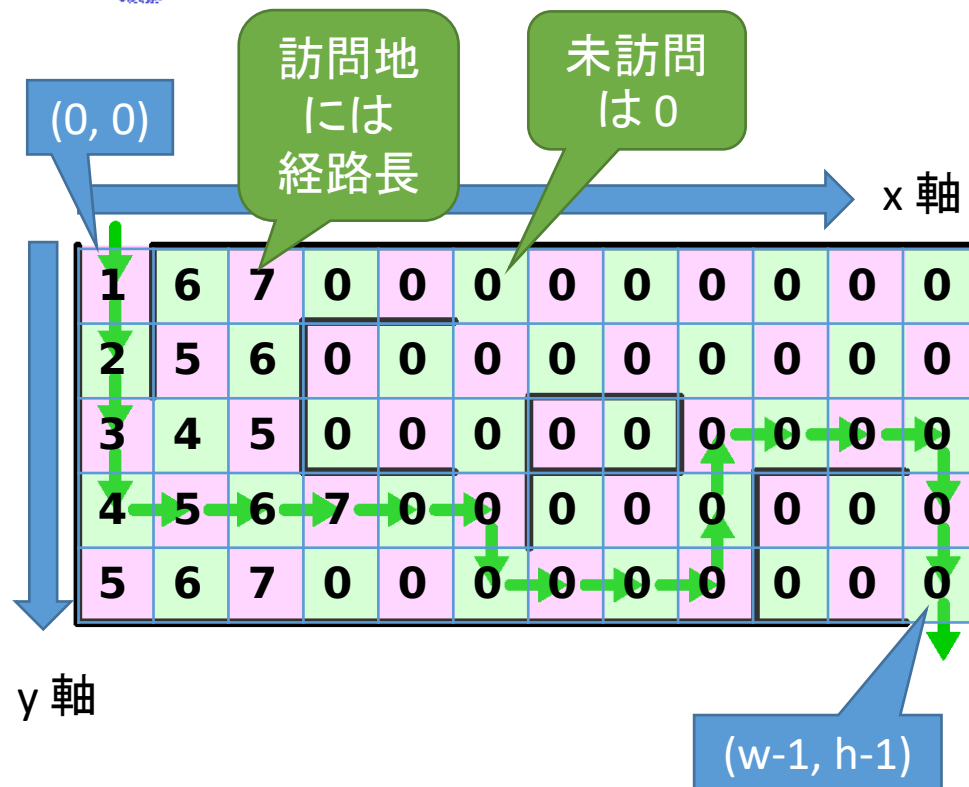
- 開始点から近い順
- Queue を利用



それぞれの図は Wikipedia から引用

# 幅優先探索してみる

- なにがいるかな？
  - 各方向に進めるか？
    - 壁判定がいりそう
  - 開始点から順番に探索
    - queue が便利
  - 各地点は訪問済み？  
ステップ数の記録は？
    - 2次元配列でOK



# 幅優先探索してみる

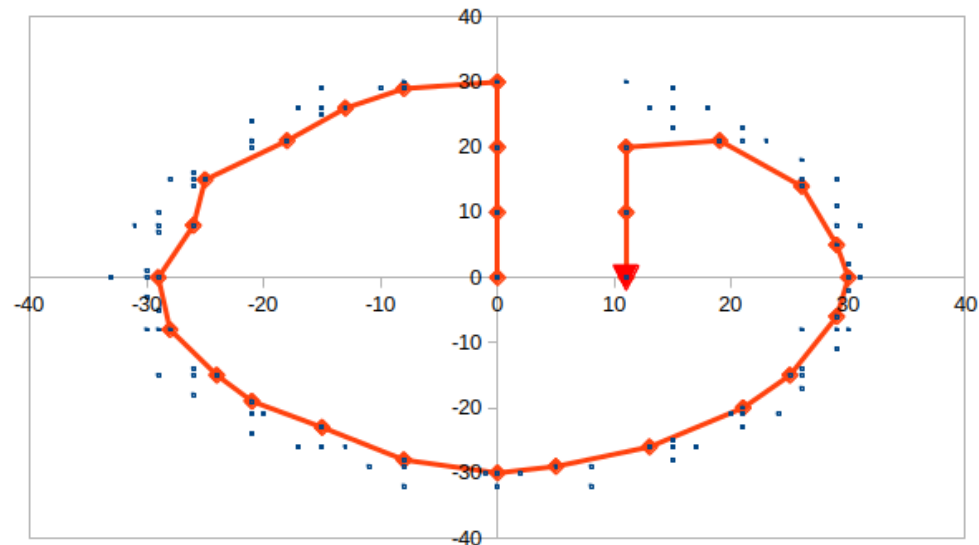
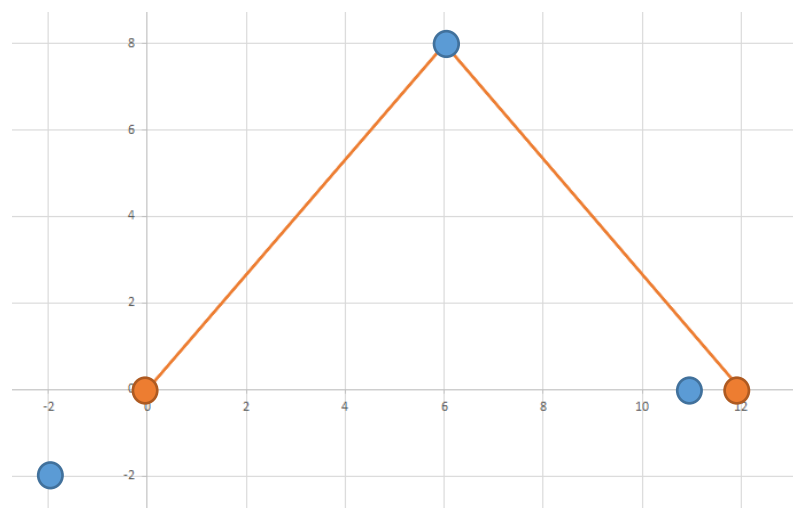
- なにがいるかな？
  - 各方向に進めるか？
    - 壁判定がいりそう
  - 開始点から順番に探索
    - queue が便利
  - 各地点は訪問済み？  
ステップ数の記録は？
    - 2次元配列でOK

```
def solve() -> int:
    goal = [w - 1, h - 1]
    q = deque([[0, 0]])
    steps = [[0 for _ in range(w)] for _ in range(h)]
    steps[0][0] = 1
    while q:
        x, y = q.popleft()
        current_step = steps[y][x]
        for dx, dy in directions:
            if can_go(x, y, dx, dy):
                nx, ny = [x + dx, y + dy]
                if steps[ny][nx] > 0:
                    continue
                if [nx, ny] == goal:
                    return current_step + 1
                steps[ny][nx] = current_step + 1
                q.append([nx, ny])
    return 0
```

# 問題2つめ(最短経路問題)

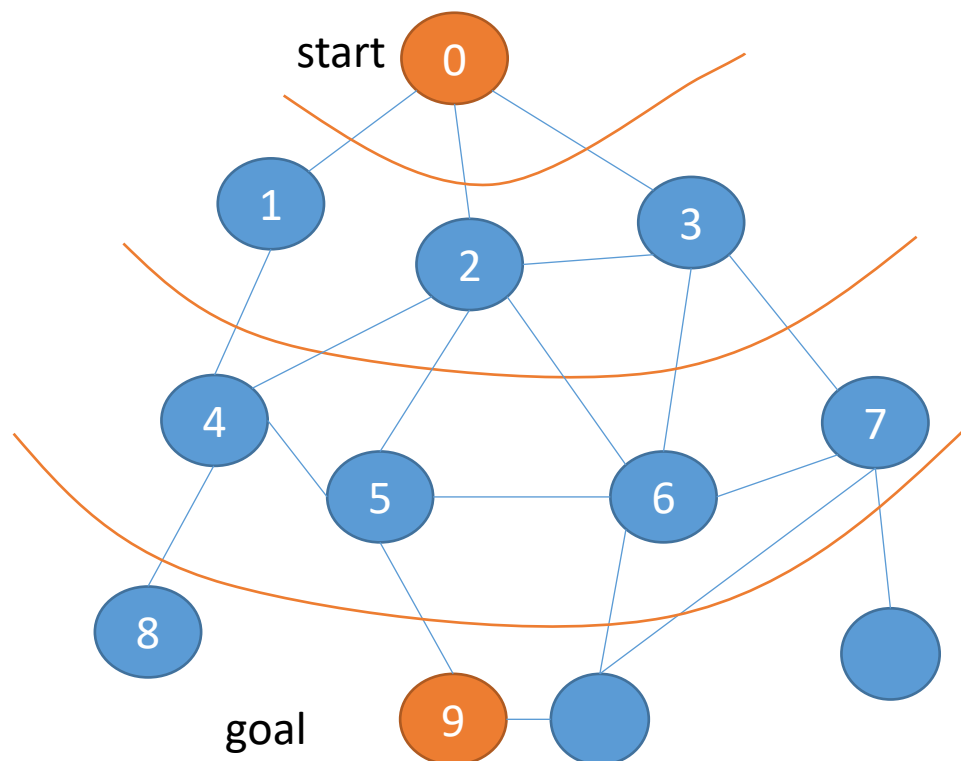
- 盤面上にいくつか点がある
  - 2点の距離が10以下の場合には移動可能
  - 始点から終点まで、最短経路で移動したい

最短経路を  
求めましょう



# 幅優先探索という考え方

- 開始点から近い順に、隣接点を探索していく方法
  - 一度辿ったところは、再探索しない

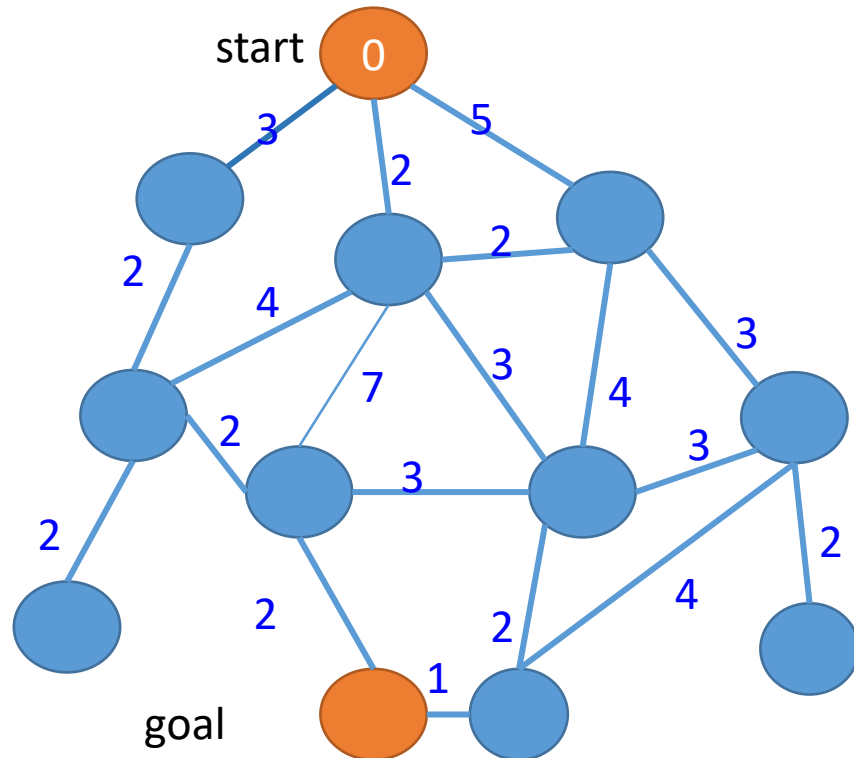


```
def solve() -> int:  
    q = deque([0])  
    while q:  
        here = q.popleft()  
        if(ゴール?) return 答え  
        未訪問の隣接ノードに対し  
            q.append(隣接ノード)  
    return 0
```



# 今回は枝に長さがある

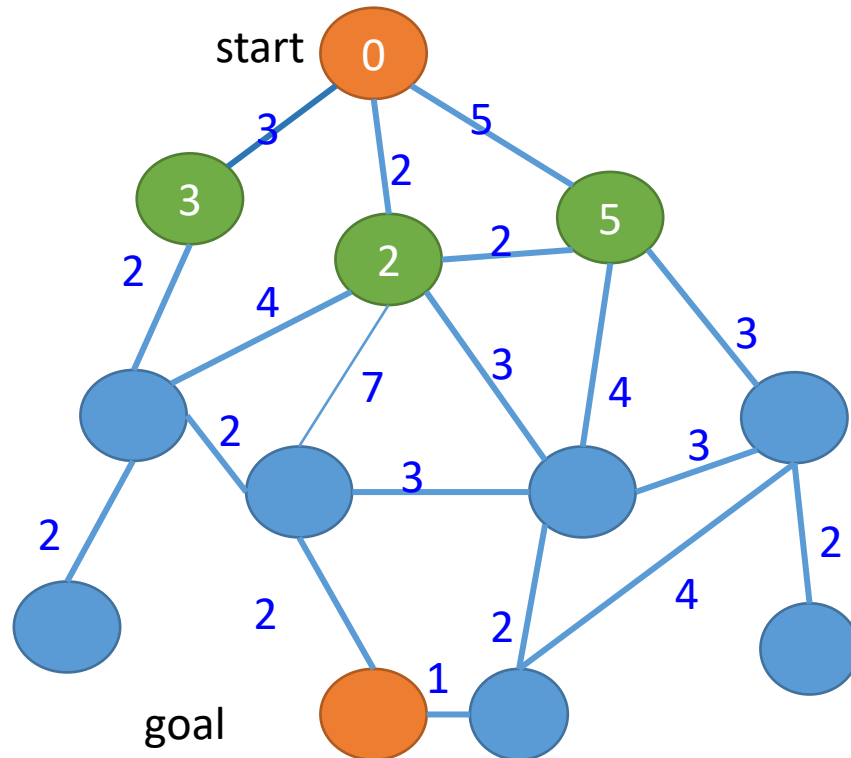
- 一番近いところを探すのがちょっと面倒？
- でも、近いところからやらないと、何度もやり直し



```
def solve() -> int:
    q = deque([0])
    while q:
        here = q.popleft()
        if(ゴール?) return 答え
        未訪問の隣接ノードに対し
            q.append(隣接ノード)
    return 0
```

# ダイクストラ法 (Dijkstra's algorithm)

- start から近いところから、確定させていこう
  - queue から、一番近いものを取り出せれば

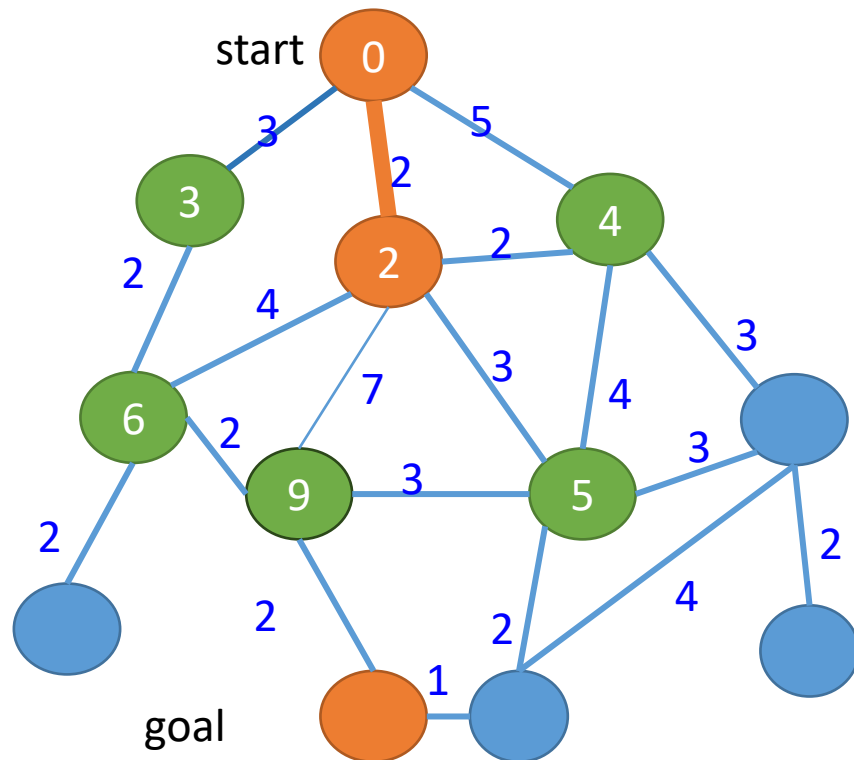


HeapQueue に  
「コスト」と「ノード」の  
組を登録すればOK

```
def solve():
    heappush(q, [コスト0, 0 ])
    while q:
        cost, here = heappop(q)
        if(ゴール?) return 答え
        未訪問の隣接ノードに対し
        heappush(q, [次cost, 隣接ノード])
    return 0
```

# ダイクストラ法 (Dijkstra's algorithm)

- start から近いところから、確定させていこう
  - queue から、一番近いものを取り出せれば



HeapQueue に  
「コスト」と「ノード」の  
組を登録すればOK

```
def solve():
```

```
    heappush(q, [コスト0, 0])
```

```
    while q:
```

```
        cost, here = heappop(q)
```

```
        if(ゴール?) return 答え
```

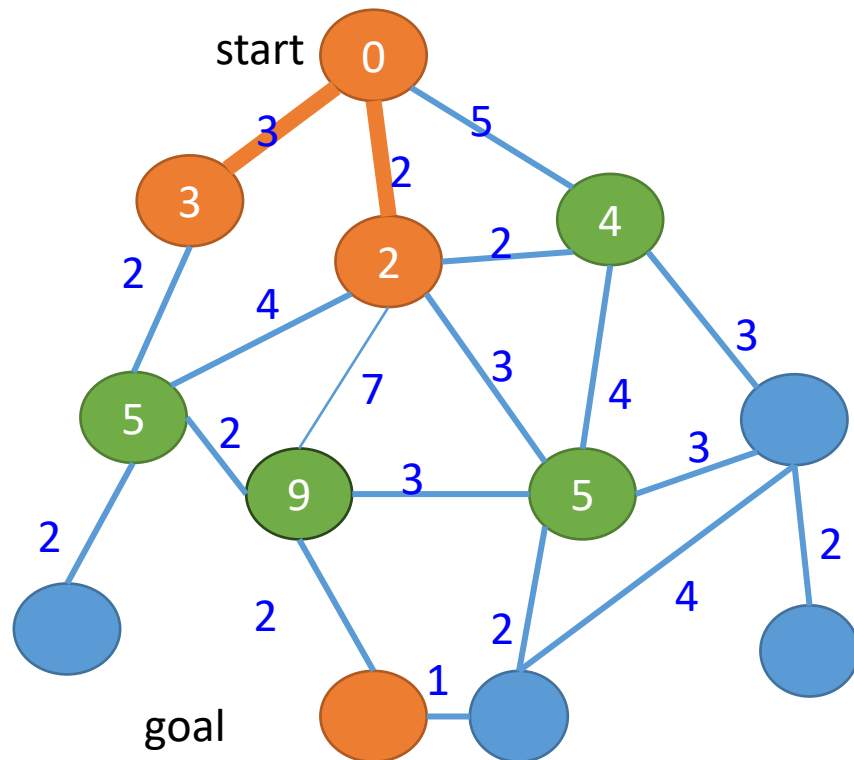
```
        未訪問の隣接ノードに対し
```

```
            heappush(q, [次cost, 隣接ノード])
```

```
    return 0
```

# ダイクストラ法 (Dijkstra's algorithm)

- start から近いところから、確定させていこう
  - queue から、一番近いものが取り出せれば



HeapQueue に  
「コスト」と「ノード」の  
組を登録すればOK

```
def solve():
```

```
    heappush(q, [コスト0, 0 ])
```

```
    while q:
```

```
        cost, here = heappop(q)
```

```
        if(ゴール?) return 答え
```

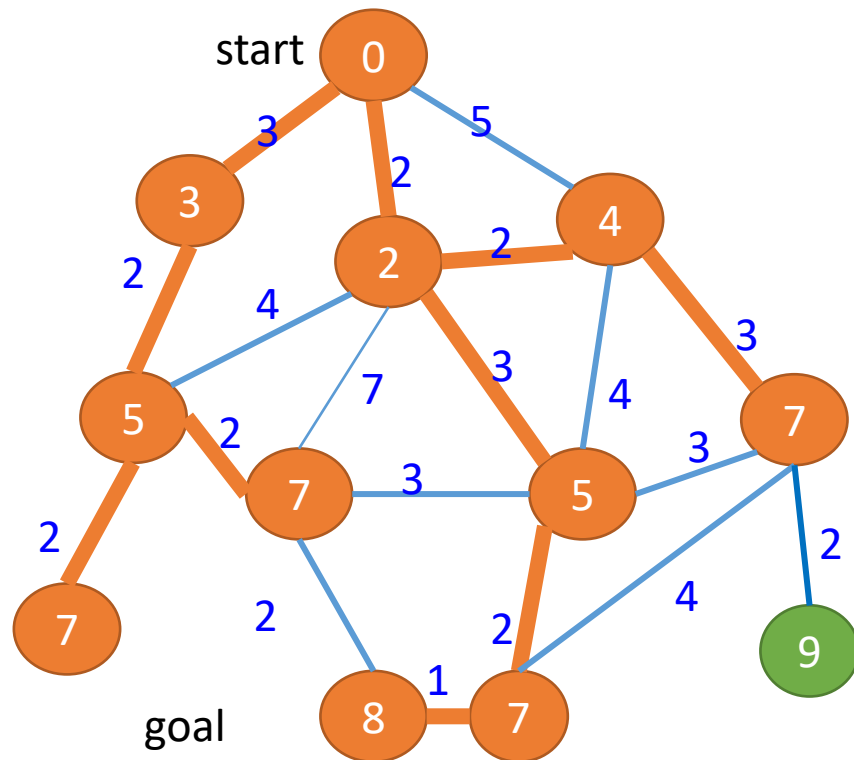
```
        未訪問の隣接ノードに対し
```

```
            heappush(q, [次cost, 隣接ノード])
```

```
    return 0
```

# ダイクストラ法 (Dijkstra's algorithm)

- start から近いところから、確定させていこう
  - queue から、一番近いものを取り出せれば



HeapQueue に  
「コスト」と「ノード」の  
組を登録すればOK

```
def solve():
```

```
    heappush(q, [コスト0, 0 ])
```

```
    while q:
```

```
        cost, here = heappop(q)
```

```
        if(ゴール?) return 答え
```

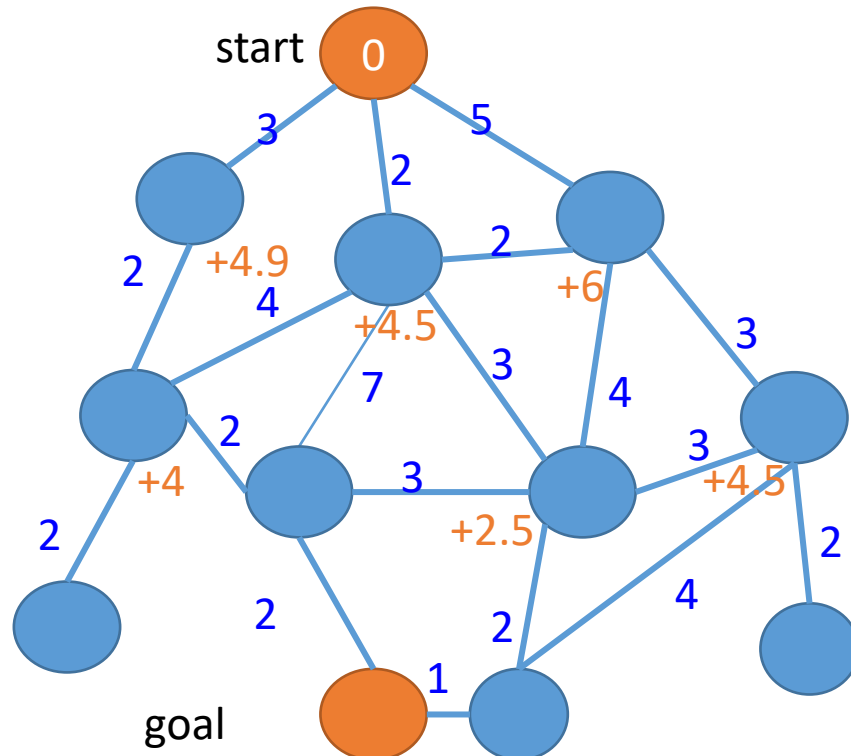
```
        未訪問の隣接ノードに対し
```

```
            heappush(q, [次cost, 隣接ノード])
```

```
    return 0
```

# A\* (A-star)アルゴリズム

- goal への「見積もり値」を加味して小さい順に
  - 例えば、「goal への直線距離」を利用

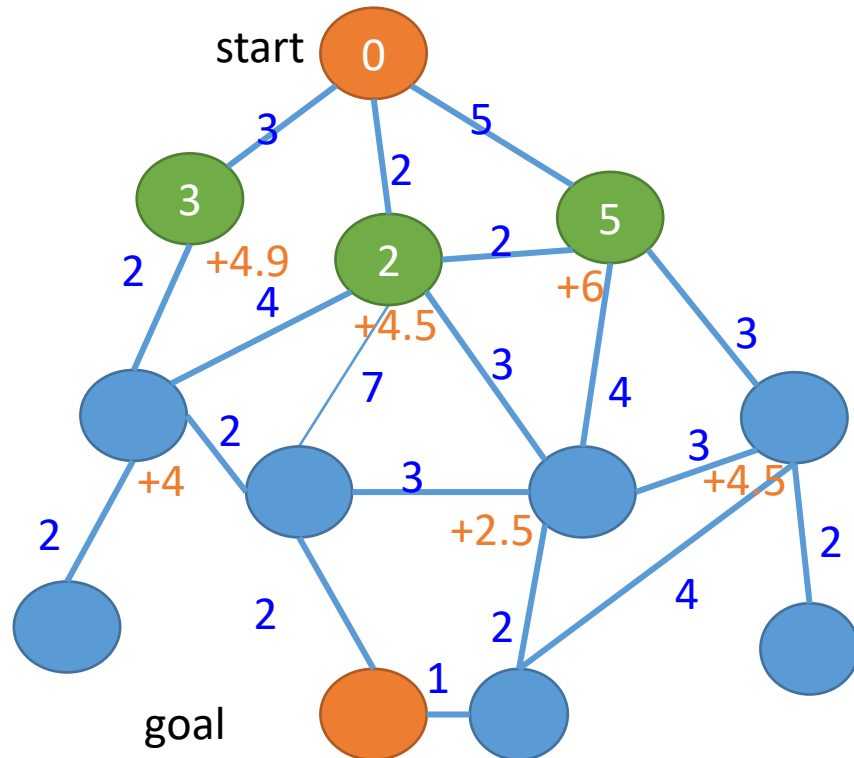


HeapQueue に  
「コスト」と「ノード」の  
組を登録すればOK

```
def solve():
    heappush(q, [コスト0, 0 ])
    while q:
        cost, here = heappop(q)
        if(ゴール?) return 答え
        未訪問の隣接ノードに対し
        heappush(q, [次cost, 隣接ノード])
    return 0
```

# A\* (A-star)アルゴリズム

- goal への「見積もり値」を加味して小さい順に
  - 例えば、「goal への直線距離」を利用

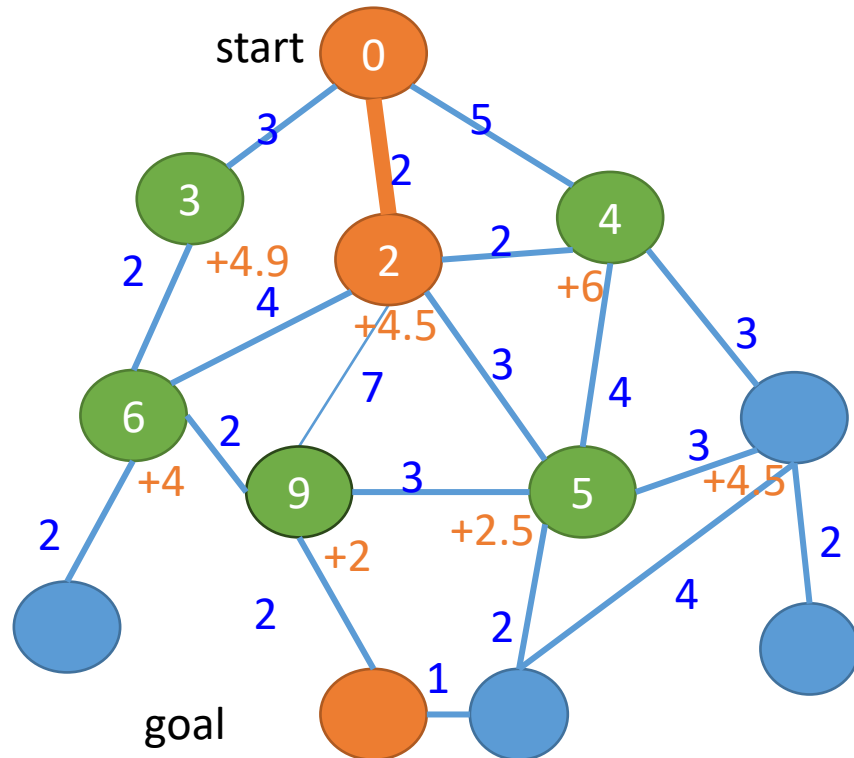


「各ノードまでの経路」+  
「goal への見積もり値」  
で順位付け

```
def solve():  
    heappush(q, [コスト0, 0])  
    while q:  
        cost, here = heappop(q)  
        if(ゴール?) return 答え  
        未訪問の隣接ノードに対し  
        heappush(q, [次cost, 隣接ノード])  
    return 0
```

# A\* (A-star)アルゴリズム

- goal への「見積もり値」を加味して小さい順に
  - 例えば、「goal への直線距離」を利用



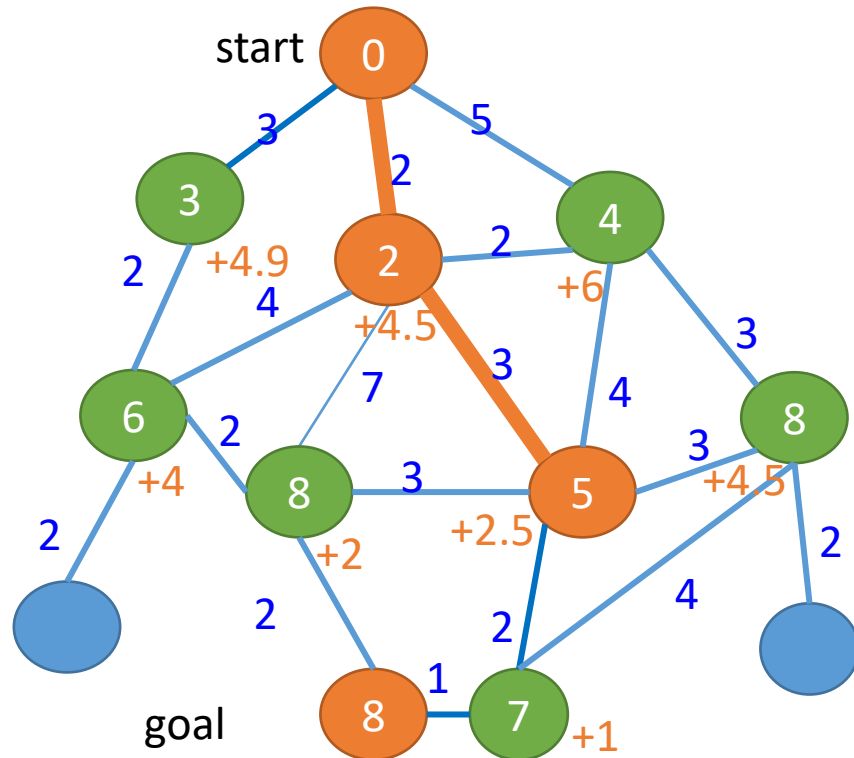
「各ノードまでの経路」+  
「goal への見積もり値」  
で順位付け

```
def solve():  
    heappush(q, [コスト0, 0])  
    while q:  
        cost, here = heappop(q)  
        if(ゴール?) return 答え  
        未訪問の隣接ノードに対し  
        heappush(q, [次cost, 隣接ノード])  
    return 0
```



# A\* (A-star)アルゴリズム

- goal への「見積もり値」を加味して小さい順に
  - 例えば、「goal への直線距離」を利用

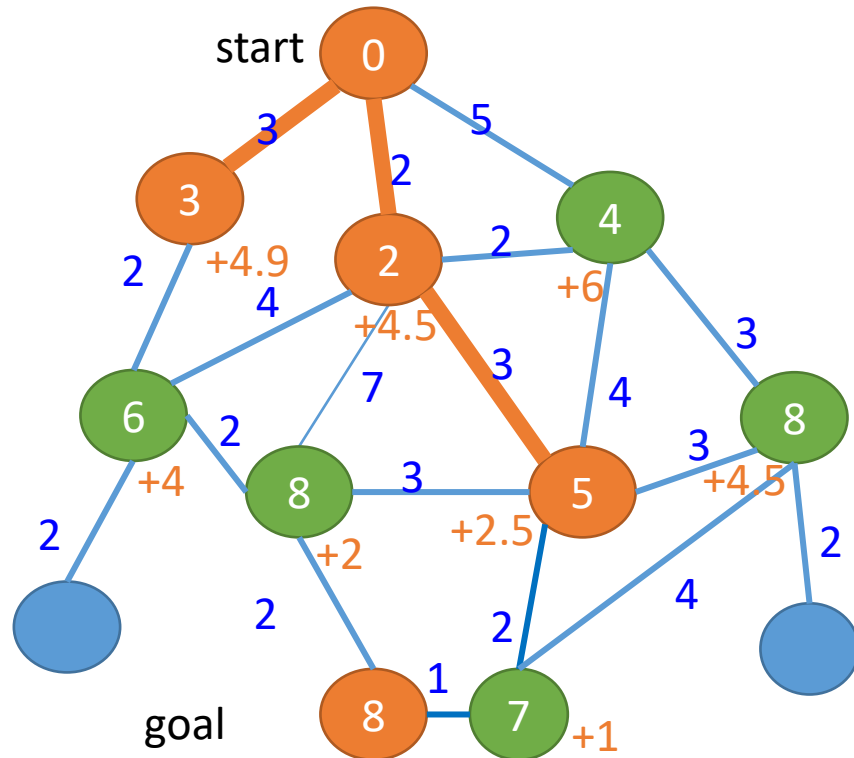


「各ノードまでの経路」+  
「goal への見積もり値」  
で順位付け

```
def solve():  
    heappush(q, [コスト0, 0])  
    while q:  
        cost, here = heappop(q)  
        if(ゴール?) return 答え  
        未訪問の隣接ノードに対し  
        heappush(q, [次cost, 隣接ノード])  
    return 0
```

# A\* (A-star)アルゴリズム

- goal への「見積もり値」を加味して小さい順に
  - 例えば、「goal への直線距離」を利用

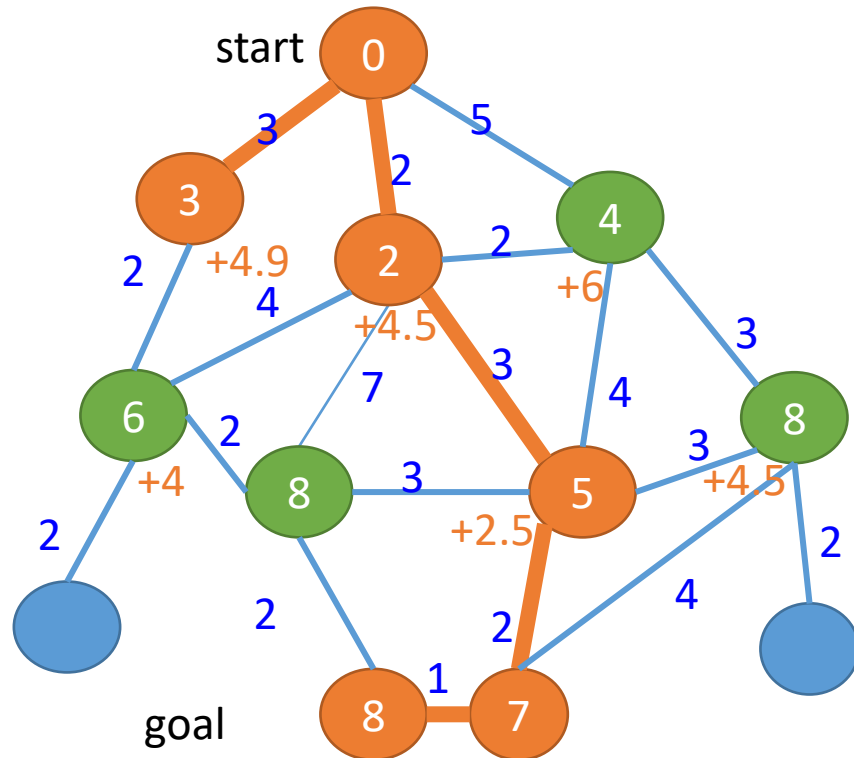


「各ノードまでの経路」+  
「goal への見積もり値」  
で順位付け

```
def solve():  
    heappush(q, [コスト0, 0])  
    while q:  
        cost, here = heappop(q)  
        if(ゴール?) return 答え  
        未訪問の隣接ノードに対し  
        heappush(q, [次cost, 隣接ノード])  
    return 0
```

# A\* (A-star)アルゴリズム

- goal への「見積もり値」を加味して小さい順に
  - 例えば、「goal への直線距離」を利用



「各ノードまでの経路」+  
「goal への見積もり値」  
で順位付け

```
def solve():  
    heappush(q, [コスト0, 0 ])  
    while q:  
        cost, here = heappop(q)  
        if(ゴール?) return 答え  
        未訪問の隣接ノードに対し  
        heappush(q, [次cost, 隣接ノード])  
    return 0
```

# さまざまな最短経路問題

## ■ スタートエリアからゴールエリアに移動

- 各位置には、左足か右足を置く
- 各位置に書かれた分の時間を消費
  - ▶ 足を置けない場所もある
- 次に置くのは逆の足
  - ▶ 置ける範囲が決まっている

4	4	X	X	T	T
4	7	8	2	X	7
3	X	X	X	1	8
1	2	X	X	X	6
1	1	2	4	4	7
S	S	2	3	X	X

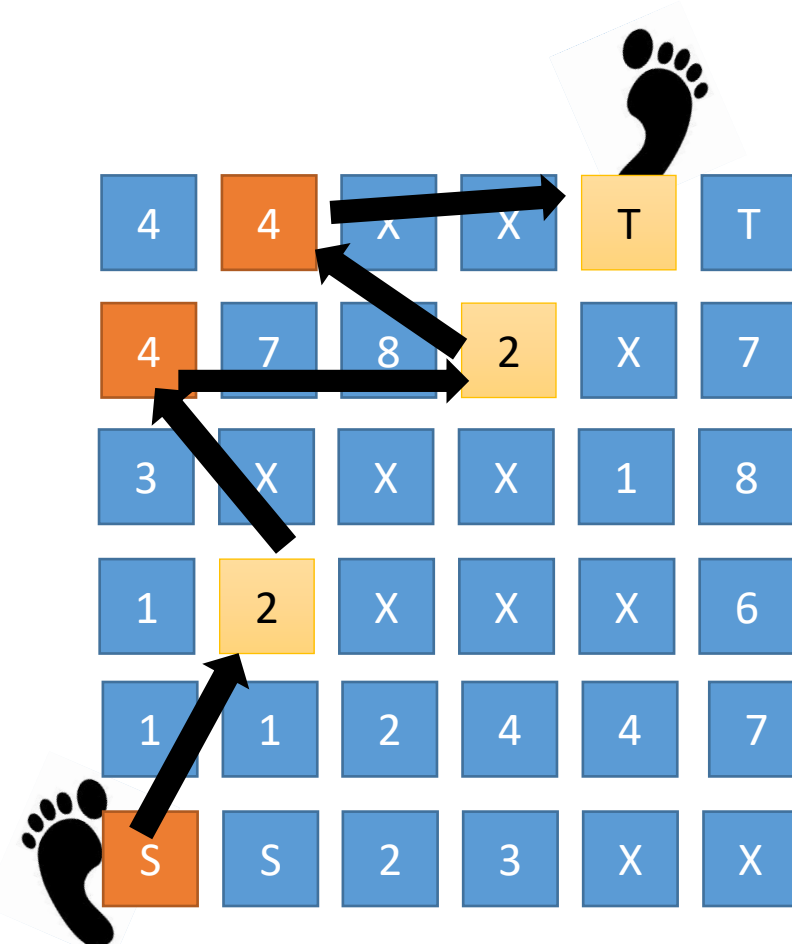
# 解き方を考えてみよう

## ■ スタートエリアからゴールエリアに移動

- 各位置に、左足か右足を置く
- 各位置にかかれた分の時間を消費
  - ▶ 足を置けない場所もある
- 次に置くのは逆の足
  - ▶ 置ける範囲が決まっている

## ■ 考え方？

- 最短経路っぽい？
- でも、左足右足って？
- 同じ場所に両足置くことも？



# 考え方

プログラム例(C++)  
プログラム例(python)

- [足の位置、左／右]をノードとするグラフをイメージすれば？
  - ノードをイメージできれば、最短経路問題

